

MARKOVOVSKÝ PŘÍSTUP K ODHADU OČEKÁVANÝCH ZTRÁT

Tomáš Jeřábek

Abstrakt

Nový standard IFRS 9 zavádí model znehodnocení úvěrových aktiv, založený na očekávaných ztrátách. Jedná se o nahrazení modelu vzniklých ztrát, jež byl implementován v IAS 39 – tento model vycházel z předpokladu, že všechna finanční aktiva budou splacena, a to až do okamžiku, kdy je zjištěn opak a vznikne ztráta. Cílem tohoto textu je představit možný přístup pro výpočet očekávané ztráty za celou dobu životnosti úvěrového instrumentu, jež je požadovaná novým standardem IFRS 9. Za tímto účelem je aplikována metodika založená na markovovském přístupu, v rámci níž byly jedno-roční pravděpodobnosti defaultu určeny použitím přechodových matic.

Klíčová slova

IFRS 9, očekávaná ztráta, default, Markovovův řetězec, matice přechodu.

Klasifikace JEL

C59, C02, M49

Úvod

Standard IFRS 9 totiž zavádí nový model znehodnocení úvěrových aktiv, založený na očekávaných ztrátách. Jedná se o nahrazení modelu vzniklých ztrát, jež byl implementován v IAS 39 – tento model vycházel z předpokladu, že všechna finanční aktiva budou splacena, a to až do okamžiku, kdy je zjištěn opak a vznikne ztráta, přičemž podle IAS 39 se v tomto okamžiku měly vytvářet opravné položky. Naproti tomu model implementovaný v IFRS 9 pracuje s pojmem znehodnocení aktiva, kde podle IFRS 9 je finanční aktivum znehodnoceno, jestliže nastala jedna nebo více událostí, jež mají nepříznivý vliv na daný finanční instrument. Konkrétně IFRS 9 požaduje odhadovat očekávané ztráty za celou dobu životnosti daného finančního instrumentu a na základě nich tvořit opravné položky. Nový typ očekávaných ztrát tedy představuje tzv. očekávané ztráty až do doby splatnosti daného finančního instrumentu.

Běžné modely používané pro výpočet jedno-roční očekávané ztráty, dle požadavku Basel, jsou obecně založeny na 12-ti měsíční pravděpodobnosti defaultu, tedy na riziku defaultu nastávajícím v následujících dvanácti měsících. Tedy středobodem zájmu v modelování úvěrového rizika by měla být úprava standardně používaných modelů za účelem časového rozšíření pravděpodobnosti defaultu na celou dobu životnosti daného úvěrového instrumentu.

Cílem textu je představit přístup pro výpočet očekávané ztráty za celou dobu životnosti finančního instrumentu. Zbývající část textu je členěna následovně. V první kapitole je představen nový model účtování očekávaných ztrát dle požadavku IFRS 9. Druhá kapitola tohoto textu prezentuje výpočet očekávané ztráty za dobu životnosti úvěrového instrumentu, a to použitím metodiky založené na Markovových řetězcích. V poslední kapitole je provedena aplikace metodiky představené v předcházející části.

1. Znehodnocení úvěrových instrumentů

Nový standard IFRS s sebou přináší koncept očekávané ztráty, v rámci něhož se budou účtovat i ztráty, jež zatím ještě nevznikly (k datu posuzování), ale vzhledem k výskytu určitých nepříznivých událostí lze předpokládat, že vzniknou. Tyto události jsou spojeny se změnou pravděpodobnosti defaultu (PD) dlužníka, a dále s ekonomickým vývojem včetně sledování situace na finančních trzích – jako např. ceny CDS (swapů úvěrového selhání). Jak uvádí IASB (2014), cílem je minimalizace dopadu ekonomického cyklu na hospodářský výsledek

společnosti (banky). Při měření očekávaných ztrát není nutné identifikovat všechny možné scénáře nepříznivých událostí. Ovšem, je nutné brát v úvahu riziko, že úvěrová ztráta nastane. Toto riziko vychází z pravděpodobnosti nastání, resp. nenastání úvěrové ztráty.

V rámci účtování očekávaných ztrát úvěrových instrumentů představuje IFRS 9 tří fázový model založený na změnách v kvalitě úvěrového instrumentu, a to od prvotního zaúčtování. Konkrétně, v rámci počátku účtování se instrument nachází ve fázi 1 (netýká se instrumentů, které jsou pořízeny nebo poskytnuty již jako znehodnocené). Jestliže k datu účetní závěrky dojde ke zvýšení pravděpodobnosti defaultu – vzhledem k prvotnímu zaúčtování, přechází instrument do fáze 2. V případě, že se výrazněji sníží kvalita úvěrového instrumentu vlivem významných změn tržních indikátorů úvěrového rizika, nebo vlivem výraznějšího vzrůstu úvěrového rizika vztahujícího se k dalším úvěrovým instrumentům stejného dlužníka, ale také z hlediska makro ukazatelů, jako nepříznivého vývoje odvětví, v němž dlužník působí nebo rovněž z důvodu geografické lokace dlužníka – tyto situace vedou k přesunu úvěrového instrumentu do fáze 3.

Tabulka č. 1: Název tabulky

Fáze	Fáze 1	Fáze 2	Fáze 3
Kritéria migrace mezi fázemi	<ul style="list-style-type: none"> • Úvěrové instrumenty při prvotním zaúčtování. • Instrumenty bez výraznějšího zvýšení PD od počátku zaúčtování. 	<ul style="list-style-type: none"> • Úvěrové instrumenty s výrazným zvýšením pravděpodobnosti defaultu od prvotního zaúčtování. 	<ul style="list-style-type: none"> • Znehodnocené úvěrové instrumenty
Opravné položky	12-ti měsíční očekávaná ztráta	Očekávaná ztráta za celou dobu životnosti instrumentu	Očekávaná ztráta za celou dobu životnosti instrumentu
Úrokové výnosy	Efektivní úroková míra na hrubou účetní hodnotu	Efektivní úroková míra na hrubou účetní hodnotu	Efektivní úroková míra na zůstatkovou účetní hodnotu

Zdroj: IASB (2014)

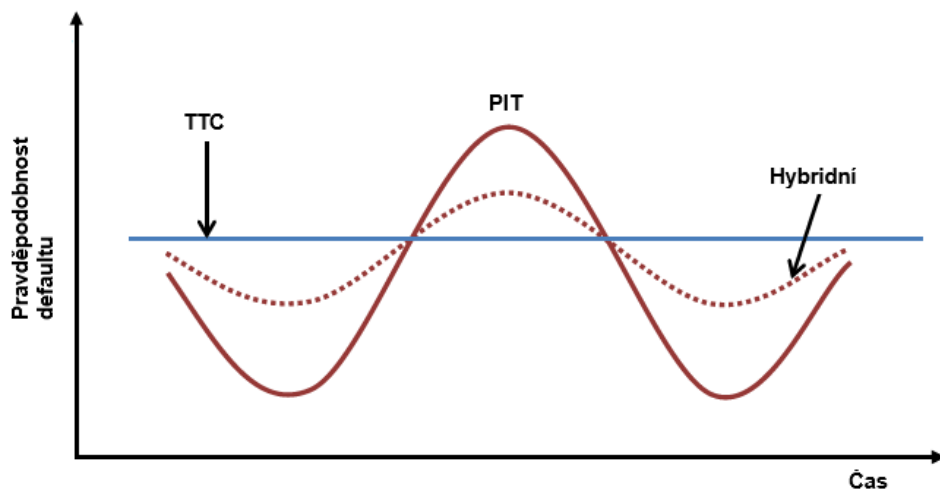
Tabulka 1 podrobněji představuje výše popsany fázový model účtování očekávaných ztrát. Tedy na počátku účtování se instrument nachází ve fázi 1. Tato fáze požaduje vytváření opravných položek na základě dvanácti měsíční očekávané ztráty. Výpočet této ztráty je realizován jako součin očekávané ztráty za celou dobu životnosti instrumentu a 12-ti měsíční PD. Jestliže dojde k významnému růstu pravděpodobnosti defaultu vzhledem k počátku účtování, je daný úvěrový instrument přesunut do fáze 2, v níž jsou opravné položky určeny

na základě očekávané ztráty za celou dobu živostnosti. Tedy hlavním rozdílem mezi fází 1 a 2 je způsob určení opravných položek. V případě, že výrazně vzroste úvěrové riziko dané instrumentu, tedy jinými slovy, pokud lze daný instrument považovat za znehodnocený (netýká se instrumentů, které byly pořízeny či poskytnuty jako znehodnocené), přesouvá se instrument z fáze 2 do fáze 3 – některá z kritérií úvěrového znehodnocení jsou uvedeny na začátku této subkapitoly. Stejně jako ve fázi 2, jsou opravné položky ve fázi 3 určeny na základě očekávané ztráty za celou dobu životnosti instrumentu. Rozdíl je ovšem ve výpočtu úrokových výnosů. Zatímco ve fázi 1 a 2 jsou úrokové výnosy určeny na základě efektivní úrokové míry na brutto účetní hodnotu, ve fázi 3 se pro výpočet úrokových výnosů použije efektivní úroková míra na zůstatkovou hodnotu, která zahrnuje hrubou účetní hodnotu upravenou o opravné položky.

Odhadu očekávané ztráty za dobu životnosti úvěrového instrumentu (LEL – Lifetime Expected Loss), požadované standardem IFRS 9, je založen na aplikaci modelů vztahujících se k tzv. analýze přežití. Důvodem je skutečnost, že pro odhad LEL je nutná znalost pravděpodobnosti defaultu za celou dobu životnosti úvěrového instrumentu (LPD – lifetime probability default), zatímco běžná očekávaná ztráta je vztažena k scoringovým modelům, kalibrovaným přes odhad jedno roční pravděpodobnost defaultu (PD). Stěžejním pojmem při určení LEL je odhad LPD, a tedy z tohoto důvodu se nejprve zaměříme na způsob odhadu pravděpodobnosti defaultu.

Výpočet PD je u většiny bank založen na interním ratingu, přičemž banky mají v tomto procesu zavedený systém založený buď na časovém okamžiku (Point in Time, PIT), kdy je PD odhadnuta na základě historických dat. V tomto případě hovoříme o tzv. účetním pohledu na PD, jež odráží aktuální ekonomickou situaci. Druhý, regulátorem preferovaný (Trough the cycle, TTC) přístup eliminuje výkyvy makroekonomického cyklu – někdy označovaný jako tzv. regulatorní pohled na PD. Přístup založený na PIT je primárně určen pro kalibraci scoringových modelů, zatímco TTC přístup pro výpočet kapitálových požadavků. Kombinací obou přístupů je dán hybridní model. Odlišnosti uvedených systémů prezentuje obrázek 2, z něhož je patrné, že PD založené na TTC přístupu je pouze minimálně ovlivněno hospodářským cyklem. PIT přístup je určen pro výpočet PD v rámci určitého časového horizontu – banky typicky používají odhad pro následujících 12 měsíců. Zatímco v rámci TTC přístupu je výstupem průměrná jedno roční PD přes odpovídající makroekonomický cyklus. Basel II i III v rámci směrnice o kapitálových požadavcích navrhuje využívání přístupu TTC.

Obrázek č. 2: Přístupy k odhadu PD



Zdroj: EBA (2013)

2. Markovovský přístup k odhadu LPD

Předpokládejme, že máme k dispozici roční PIT pravděpodobnosti defaultu, určené pro každý ratingový stupeň – pro jednoduchost předpokládejme interní ratingové třídy A – velmi dobré, B – dobré, C – spekulativní a D – defaultní. V rámci určení LPD je zapotřebí získat pravděpodobnosti defaultu vztahující se k budoucím časovým periodám až do doby splatnosti daného úvěrového instrumentu. Za tímto účelem lze aplikovat metodiku Markovova přístupu, v rámci něhož mohou být hledané pravděpodobnosti defaultu určeny použitím tzv. přechodových matic. Markovův přístup je založen na aplikaci tzv. Markovových řetězců, představujících náhodné procesy, pro něž platí, že pravděpodobnost přechodu ze současného do následujícího stavu závisí pouze na současném stavu a nikoliv na stavech předcházejících – tzv. Markovova vlastnost. Zmíněné přechodové matice obsahují právě tyto pravděpodobnosti. Podrobně o Markovových pojednává například Anděl (2007). Konkrétně v souvislosti s úvěrovým rizikem se jedná o matice, z nichž lze zjistit, s jakou pravděpodobností dlužník z určitým ratingovým stupněm přejde za stanovenou dobu do jiného ratingového stupně. Pro určení přechodové matice se standardě využívají dva přístupy, konkrétně tzv. cohort přístup, jež pracuje s diskrétními časovými přírůstky – například roční časové hodnoty, tedy ratingový přesun po jednom roce, a dále durační přístup předpokládající spojité časové hodnoty – v tomto případě může být stanovenou dobou jakýkoliv časový úsek (z určitého intervalu) – například polovina roku, 10 týdnů, atd. Pro naše účely se budeme zabývat pouze prvním

uvedeným přístupem. Detailní informace o duračním přístupu poskytuje například Im et al (2012).

V rámci cohort přístupu určíme na začátku dané sledované časové periody počet dlužníků s přiřazeným ratingovým stupněm i a dále nás zajímá, kolika z těchto dlužníků byl na konci sledované periody přiřazen ratingový stupeň j . Konkrétně označme n_i jako počet dlužníků, jež mají v čase t přiřazen ratingový stupeň i a necht' n_{ij} představuje počet dlužníků s ratingem i v čase t , přičemž v čase $t + 1$ jim byl přiřazen rating j . Pravděpodobnost přechodu z ratingového stupně i v čase t do j v časovém období v čase $t + 1$ lze aproximovat relativní četností, tj.

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n_i}, \quad (1)$$

kde $i, j = A, B, C, D$ a dále poznamenejme, že $t = 1, 2, 3, \dots$

Tabulka č. 3: Přechodová matice

		Rating v $t + 1$			
		A	B	C	D
Rating v t	A	p_{AA}	p_{AB}	p_{AC}	p_{AD}
	B	p_{BA}	p_{BB}	p_{BC}	p_{BD}
	C	p_{CA}	p_{CB}	p_{CC}	p_{CD}
	D	p_{DA}	p_{DB}	p_{DC}	p_{DD}

Zdroj: Vlastní zpracování

Pravděpodobnost defaultu lze pro jednotlivé ratingové stupně, tj. p_A, p_B, p_C , a p_D , aproximovat prostřednictvím hodnot ve sloupci D v tabulce 3, jež představují míry defaultu pro jednotlivé stupně. Tedy $p_i \approx p_{iD}$, pro $i = A, B, C, D$.

Předpokládejme, že přechodová matice uvedená v rámci tabulky 3 charakterizuje ratingové přesuny po jednom roce. Tuto matici lze dále použít pro výpočet přechodových matic na další roky. Za tímto účelem je nutné rozlišit časově homogenní a časově nehomogenní markovský řetězec. V případě homogenity platí, že jednotlivé pravděpodobnosti přechodu nezávisí na čase, ale pouze na délce časové periody. V našem případě to znamená, že pravděpodobnost přechodu ze stupně A do stupně B je p_{AB} pro jakékoliv časové periody o stejné délce jako počáteční peroda, tedy t až $t + 1$, tj. pro periody ohraničené t a $t + 1$, dále $t + 1$ a $t + 2, \dots, t + n$ a $t + n + 1$, atd. Pokud platí předpoklad časové homogenity,

pak pro přechodovou matici $P_{t,t+n}$, obsahující pravděpodobnosti přechodu od času t do $t + n$, platí

$$P_{t,t+n} = P_{t,t+1}^n \quad (2)$$

kde P^n představuje n -tou mocninu matice P pro $n \in \mathbb{N}$. Důkaz uvedeného tvrzení uvádí například Rachev a Trueck (2009).

Časová nehomogenita markovského řetězce naopak znamená, že jednotlivé přechodové pravděpodobnosti jsou závislé na čase a tedy platí, že $P_{t,t+1} \neq P_{t+1,t+2}$. V rámci různých praktických aplikací Markovských řetězců se pracuje s předpokladem časové homogenity. Ovšem v případě ratingových přechodů je ve většině případů evidentní časová nehomogenita, viz například Bangia et al. (2002) nebo Rachev a Trueck (2009), jež ukazují, že míry defaultu se mění v čase a dále, že přechodová matice získaná za období recese se výrazněji liší od matice z období ekonomického růstu. Tedy dále pracujeme s předpokladem časově závislých přechodových matic a budeme se zabývat problémem změny přechodové matice v čase. Tyto změny by měly reflektovat ekonomický cyklus, tak jak tomu je u předpokladu PIT pravděpodobností defaultu, viz EBA (2013). Jednou z možností, prostřednictvím níž lze měnit přechodovou matici, je použití předpovědí změn defaultních měr pro následující roky – až do splatnosti úvěrového instrumentu. Za tímto účelem je nutné sestrojít model predikce defaultní míry DR (pravděpodobnosti defaultu). Možné přístupy k tvorbě tohoto typu modelu poskytují například Hamerle et al. (2009), Simons a Rolwes (2009) nebo Youssef (2014).

Pro pravděpodobnost defaultu vztahující se k dlužníkům v i -tém ratingovém stupni za období $t + 2$ pak platí

$$p_{iD}(t + 2) \approx f_i(DR_{t+2}), \quad (3)$$

kde p_{iD} představuje přechodovou pravděpodobnost z ratingového stupně i v $t + 1$ do stupně D (tedy do defaultu) v čase $t + 2$. Pouze připomeňme, že hodnota $p_{iD}(t + 2)$ je prvkem posledního sloupce matice $P_{t+1,t+2}$. Za účelem nalezení přechodové matice $P_{t+1,t+2}$ je jednou z možností na poslední známou matici, tj. $P_{t,t+1}$, aplikovat operaci posunutí, konkrétně tzv. z-shift operaci. Princip této operace podrobně představuje například Gavalas a Syriopoulos (2014).

Označme k jako hodnotu, jež vyčísluje hodnotu posunu rozdělení. V případě že $DR_{t+2} > DR_{t+1}$, dochází k levému posunu a v případě opačné nerovnosti naopak. Označme

$$k_2 = \phi^{-1}(DR_{t+1}) - \phi^{-1}(DR_{t+2}), \quad (4)$$

kde ϕ^{-1} představuje inverzní distribuční funkci normovaného normálního rozdělení. Pokud se nyní vrátíme k naší interní ratingové stupnici v tabulce 3, pak pro predikci pravděpodobnost defaultu v čase $t + 2$ platí nyní následující vztah

$$p_{iD}(t + 2) = 1 - \phi(\phi^{-1}(p_{iC}(t + 1)) + k_2), \quad (5)$$

kde analogicky k ϕ^{-1} je ϕ distribuční funkce normovaného normálního rozdělení a $i = A, B, C, D$ a $p_{iC}(t + 1)$ jsou hodnoty umístěné ve třetím sloupci přechodové matice $P_{t,t+1}$, tedy jedná se o pravděpodobnosti přechodu z i -tého ratingu v čase t do stupně C v čase $t + 1$.

Pokud předpokládáme, že doba splatnosti úvěrového instrumentu drženého daným dlužníkem je n , pak předpovědi pravděpodobnosti defaultu, vztahující se k období postupně $t + 3, \dots, t + n$ získáme pomocí odhadů $DR_{t+3}, \dots, DR_{t+n}$. Aplikací (4) a (5) dostáváme

$$\begin{aligned} p_{iD}(t + 3) &= 1 - \phi(\phi^{-1}(p_{iC}(t + 2)) + k_3) \\ &\quad \vdots \\ p_{iD}(t + n) &= 1 - \phi(\phi^{-1}(p_{iC}(t + n - 1)) + k_n) \end{aligned} \quad (6)$$

kde $k_i = \phi^{-1}(DR_{t+i}) - \phi^{-1}(DR_{t+i-1})$.

Pro ostatní prvky odhadovaných přechodových matic $P_{t,t+1}, P_{t+1,t+2}, \dots, P_{t+n-1,t+n}$ platí (opět vycházíme z přechodové matice v tab. 2, tj. ze čtyř ratingových stupňů)

$$p_{iA}(t + j) = \phi(\phi^{-1}(p_{iA}(t + j - 1)) + k_j), \quad (7)$$

$$p_{iB}(t + j) = \phi(\phi^{-1}(p_{iB}(t + j - 1)) + k_j) - p_{iA}(t + j), \quad (8)$$

$$p_{iC}(t + j) = \phi(\phi^{-1}(p_{iC}(t + j - 1)) + k_j) - \phi(\phi^{-1}(p_{iB}(t + j - 1)) + k_j). \quad (9)$$

Nyní již můžeme přistoupit k odhadu LPD. Za tímto účelem přeznačme pravděpodobnost $p_{iD}(t+j)$, $j = 1, \dots, n$, tj. pravděpodobnost, že dlužník, jež je má v čase $(t+j-1)$ přiřazen ratingový stupeň $i = A, B, C, D$, bude v čase $(t+j)$ v defaultu. Konkrétně dále bude značit

$$p_{iD}(t+j) = PDF_i(t+j-1, t+j), \quad (10)$$

kde tedy $PDF_i(t+j-1, t+j)$ představuje pravděpodobnost, že dlužník defaultuje mezi obdobími $(t+j-1)$ a $(t+j)$. Jinými slovy, že dlužník „přežije“ do období $(t+j-1)$, ale v čase $(t+j)$ je již v defaultu.

Jak již bylo uvedeno v úvodu této kapitoly, odhady LPD, stejně jako celé LEL jsou založeny na aplikaci modelů vycházejících z analýzy přežití. Jedná se o oblast matematické statistiky, zabývající se modelováním času do určité události. Původně byla tato analýza aplikována v medicíně, sledovanou událostí byla smrt daného jedince – odtud název analýza přežití. V současné době jsou modely této analýzy aplikovány v širokém spektru oblastí a jednou z nich je modelování úvěrového rizika, viz například Zhang a Thomas (2012).

V souvislosti s defaultem určitého dlužníka lze definovat tzv. kumulativní pravděpodobnost přežití, $PS(t+j)$, udávající pravděpodobnost, že daný dlužník přežije až do času $(t+j)$. Konkrétně platí

$$PS_i(t+j) = \prod_{k=1}^j [1 - PDF_i(t+k-1, t+k)], \quad (11)$$

pro $j = 1, \dots, n$. Nyní necht' $PDC_i(t+j)$ představuje kumulativní pravděpodobnost defaultu v čase $(t+j)$, tedy jedná se pravděpodobnost, že dlužník defaultuje před časem $(t+j)$ a s využitím (11) lze tuto pravděpodobnost vyjádřit ve tvaru

$$PDC_i(t+j) = 1 - PDS_i(t+j). \quad (12)$$

Jinými slovy $PDC_i(t+j)$ představuje pravděpodobnost, že daný dlužník defaultuje v kterémkoliv časovém bodě, přičemž v $(t+j)$ je již v defaultu.

Jednoduše lze dokázat, že vztah mezi třemi výše uvedenými pravděpodobnostmi, PDF_i , PDC_i a PS_i , lze vyjádřit v následujícím tvaru

$$PDF_i(t+j-1, t+j) = \frac{PDC_i(t+j) - PDC_i(t+j-1)}{PS_i(t+j-1)}, \quad (13)$$

kde jednoduchou úpravou získáme

$$PS_i(t+j-1)PDF_i(t+j-1, t+j) = PDC_i(t+j) - PDC_i(t+j-1), \quad (14)$$

kde $PDS_i(t) = 1$, tj. pravděpodobnost přežití do současnosti.

Pro výpočet LPD, vztahující se k úvěrovému instrumentu s dobou do splatnosti n let a s předpokladem, že je dlužník v čase t zařazen do i -tého ratingového stupně, platí

$$LPD(t+n) = \sum_{j=1}^n PDS_i(t+j-1)PDF_i(t+j-1, t+j). \quad (16)$$

Pro odhad LEL pak platí

$$LEL(t+n) = \sum_{j=1}^n PS_i(t+j-1) \frac{PDF_i(t+j-1, t+j) LGD_i(t+j) EAD_i(t+j)}{(1+r)^{j-1}}, \quad (17)$$

kde

$$EL(t+j) = PS_i(t+j-1) \frac{PDF_i(t+j-1, t+j) LGD_i(t+j) EAD_i(t+j)}{(1+r)^{j-1}} \quad (18)$$

je očekávaná ztráta v období $(t+j)$ pro $j = 1, \dots, n$ a r je roční efektivní úroková míra.

3. Aplikační část

V rámci této části bude představena aplikace výpočtu očekávané ztráty a doby živostnosti úvěrového instrumentu (LEL). Uvažujme úvěrový instrument v celkové účetní hodnotě 1 000 000 Kč, poskytnutý v roce 2015 na dobu splatnosti 10 let. Počáteční LGD je nastavena na 45 % a v jednotlivých letech je upravena 10% roční efektivní úrokovou sazbou. Dlužník je v rámci interního hodnocení zařazen do ratingové kategorie B. Naším cílem je nalézt LPD pro tento úvěrový instrument. Za tímto účelem je nutné nejprve určit předpovědi jedno-ročních pravděpodobností defaultu pro jednotlivé roky 2016 až 2025. Použijeme k tomu výše představenou z-shift operaci, postupně aplikovanou na rozdělení přechodových pravděpodobností v jednotlivých sledovaných letech a vztahujících se k ratingové kategorii B.

Prvotním úkolem je tedy nalézt koeficienty posunu, $k_{2016}, \dots, k_{2025}$, získané prostřednictvím vztahu (4). Ve druhém řádku tabulky 4 je uvedena míra defaultu pro rok 2015, určená jako podíl nesplacených úvěrů v roce 2015 a všech poskytnutých úvěrů (nepoužíváme agregátní míru defaultu, ale sektorovou – konkrétně vztahující se k nefinančním podnikům). Dále první řádek obsahuje predikce těchto měr pro roky 2016 až 2024, určené na základě aplikace regresního modelu, viz Simons a Rolwes (2009) a Youssef (2014). Třetí řádek tabulky obsahuje příslušné koeficienty z-shift operace – dle vztahu (4), realizované na rozdělení přechodových pravděpodobností vztahujících se k ratingové třídě B.

Tabulka č. 4: Defaultní míry a koeficienty z-shift operace

Rok (t)	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
DR_t	5,61%	5,00%	5,20%	4,50%	5,40%	6,20%	7,10%	7,90%	8,20%	8,90%
k_t	-	0,056	-0,019	0,070	-0,088	-0,069	-0,070	-0,057	-0,020	-0,045

Zdroj: Vlastní zpracování

Dále postupem citovaným výše nalezneme predikce $PDF_B(2015,2016)$, tj. pravděpodobnosti, že subjekt s ratingem B v roce 2015 bude o rok později v defaultu. Vycházíme tedy z tabulky 5, představující přechodovou matici mezi lety 2014 až 2015.

Tabulka č. 5: Defaultní míry a koeficienty z-shift operace

	A	B	C	D
A	89,00%	6,75%	3,66%	0,59%
B	4,00%	89,00%	5,63%	1,37%
C	0,90%	3,74%	93,00%	2,36%
D	0%	0%	0%	100%

Zdroj: Vlastní zpracování

Dále jsou aplikovány vztahy (7) až (10) spolu s použitím konkrétních hodnot v tabulce 3. Následující tabulka 6 obsahuje kumulativní přechodové pravděpodobnosti, z nichž jsou prostřednictvím inverze distribuční funkce normovaného normálního rozdělení určeny hodnoty náhodné veličiny tohoto rozdělení.

Tabulka č. 6: Kumulativní přechodové pravděpodobnosti

	A	B	C	D
A	89,00%	95,75%	99,41%	100%
B	4,00%	93,00%	98,63%	100%
C	0,90%	4,64%	97,64%	100%
D	0%	0%	0%	100%

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka č. 7: Inverzní distribuční funkce $N(0,1)$ vycházející z tab. 5.

	A	B	C	D
A	1,227	1,722	2,518	Inf
B	-1,751	1,476	2,206	Inf
C	-2,366	-1,681	1,985	Inf
D	-Inf	-Inf	-Inf	Inf

Zdroj: Vlastní zpracování

Následně, z důvodu předpokladu snížení míry defaultu v roce 2016 oproti roku 2015, jsou hodnoty náhodné veličiny v tabulce 6 posunuty o hodnotu $k_{2016} = 0,05$. Tedy vlivem posunutí doprava dochází ke snížení pravděpodobnosti defaultu, viz získaná přechodová matice $P_{2015,2016}$ v tabulce 8. Z této tabulky je patrná hledaná předpověď $PDF(2015,2016)$

Tabulka č. 8: Přechodová matice (2015/2016)

	A	B	C	D
A	90,02%	6,21%	3,26%	0,50%
B	4,51%	89,22%	5,09%	1,18%
C	1,05%	4,17%	92,72%	2,06%
D	0%	0%	0%	100%

Zdroj: Vlastní zpracování

Pokračováním v této proceduře s postupnou aplikací koeficientů posunu $k_{2017}, \dots, k_{2024}$, uvedených v tabulce 4, získáme $PDF(2016,2017), \dots, PDF(2024,2025)$, jež jsou souhrnně prezentovány v tabulce 9. Rovněž zde lze nalézt kumulativní pravděpodobnosti přežití pro jednotlivé roky. Přechodové matice pro ostatní roky lze určit analogicky.

Tabulka č. 9: Predikované hodnoty pravděpodobností defaultu

Rok (t)	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
$PDF(t - 1, t)$	1,37%	1,18%	1,24%	1,04%	1,31%	1,56%	1,85%	2,12%	2,12%	2,36%
$PS(t)$	98,6%	97,5%	96,2%	95,3%	94,0%	92,5%	90,8%	88,9%	87,0%	85,0%

Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce 10 jsou provedeny pomocné výpočty pro určení LPD. Účetní hodnota představuje EAD (expozici v defaultu), PDF je předpověď jedno-roční pravděpodobnosti defaultu a PS pak představuje pravděpodobnost přežití do uvedeného data – hodnoty jsou převzaty z tabulky 9. Dále jsou v tabulce uvedeny diskontní míry, $D_t = \frac{1}{(1+0,1)^t}$, a hodnoty očekávané ztráty na daná období, $EL(t + 1)$, určené prostřednictvím vztahu (17). Konkrétně

$$EL(1) = EAD_0 \cdot PDF(0,1) \cdot LGD = 6\,156$$

je hodnota očekávané ztráty pro rok 2016 – všimněme si, že očekávaná ztráta pro první rok odpovídá očekávané ztrátě definované v Basel II a III. Pro další roky již dochází k odlišnostem, například pro EL na rok 2017 platí

$$EL(2) = PS(1) \cdot EAD_1 \cdot PDF(1,2) \cdot LGD \cdot D_1 = 4\,541.$$

Pro ostatní roky analogicky. Nyní dosazením do (17) získáváme hodnotu očekávané ztráty za dobu živostnosti úvěrového instrumentu, tj.

$$LEL(t + 10) = LEL(2025) = 34\,224.$$

Tabulka č. 10: Predikované hodnoty pravděpodobností defaultu

t	Datum	Účetní hodnota EAD_t	$PDF(t, t + 1)$	$PS(t + 1)$	LGD	D_t	$EL(t + 1)$
0	31.12.2015	1 000 000 Kč	1,37%	98,63%	45%	100,00%	6 165 Kč
1	31.12.2016	950 000 Kč	1,18%	97,46%	45%	90,91%	4 541 Kč
2	31.12.2017	900 000 Kč	1,24%	96,25%	45%	82,64%	4 059 Kč
3	31.12.2018	850 000 Kč	1,04%	95,25%	45%	75,13%	2 868 Kč
4	31.12.2019	800 000 Kč	1,31%	94,01%	45%	68,30%	3 057 Kč
5	31.12.2020	750 000 Kč	1,56%	92,55%	45%	62,09%	3 065 Kč
6	31.12.2021	700 000 Kč	1,85%	90,83%	45%	56,45%	3 044 Kč
7	31.12.2022	650 000 Kč	2,12%	88,91%	45%	51,32%	2 893 Kč
8	31.12.2023	600 000 Kč	2,12%	87,02%	45%	46,65%	2 376 Kč
9	31.12.2024	550 000 Kč	2,36%	84,97%	45%	42,41%	2 156 Kč
10	31.12.2025	0 Kč	2,54%	82,81%	45%	38,55%	0 Kč

Zdroj: Vlastní zpracování

4. Dynamické oprávkování ve spojení s markovovským přístupem

Doposud jsme hovořili pouze o opravných položkách vyplývajících z účetního standardu IFRS. Ovšem, jak již bylo naznačeno výše, účetní pohled na opravné položky je poněkud odlišný od toho regulatorního. Jedním z problémů účetního pohledu je procykličnost. Opravné položky označujeme jako procyklické, pokud je jejich velikost navázána na fázi hospodářského cyklu, tj. v časech konjunktury dochází ke snížení jejich tvorby, zatímco v obdobích spojených s recesí je tomu naopak. V současné době zesilují hlasy rozporující vhodnost respektování účetních zásad při výpočtu opravných položek – poslední krize ukázala, že tvorba opravných položek vycházející z PIT přístupu vede při prohlubující recesi k výraznému zhoršování problémů spojených s kreditním rizikem.

V souvislosti s tímto problémem Basel III doporučuje pro výpočet opravných položek použití modulu dynamického oprávkování. Jedná se o proticyklický přístup, kdy v době ekonomického růstu dochází k vyšší tvorbě opravných položek, přičemž snížená tvorba položek je charakteristická pro období recese. Jde o to, že banka v období konjunktury uměle zvyšuje své náklady, čímž dochází k vytváření rezerv pro krytí ztrát v časech spojených s ekonomickými problémy. Podrobnější informace k dynamickému oprávkování poskytují

například Jiménez et al. (2012). V souvislosti s využívání dynamických opravných položek bývá často diskutovaným problémem dosažení průhledného finančního výkaznictví. Používání dynamických opravných položek je zavedeno v několika zemích. Jako nejznámější příklad lze uvést Španělsko od roku 2000 a dále Kolumbie od roku 2007 a Peru v roce 2008. Pro každou z uvedených zemí je typický odlišný způsob přístupu k výpočtu opravných položek.

Pokud se zaměříme na aplikaci markovovského přístupu v rámci dynamického oprávkování, pak tento je využíván právě v kolumbijském modelu, jež se obecně řadí mezi nejsložitější ze všech používaných přístupů. Vzhledem k tomu, že dynamické oprávkování není hlavním tématem tohoto textu, nebudeme se zde popisem kolumbijského modelu příliš zabývat. Pouze uvedme tři typy specifických opravných položek – individuální, proticyklické a obecné. Zaměříme se na první dva typy. Individuální opravné položky lze označit jako procyklické a jsou založeny na přechodové matici vycházející z PIT pravděpodobností defaultu. Proticyklický způsob stanovení opravných položek je v kolumbijském modelu založen na použití dvou přechodových matic, přičemž jedna je založena na TTC pravděpodobnostech defaultu (viz obrázek 2) a druhá přechodová matice vychází z PIT PD, viz například Fernández De Lis a Garcia-Herrero (2012). Do roku 2010 byl kolumbijským systémem tvorby opravných položek následující. V obdobích spojených s poklesem ekonomiky byly tvořeny individuální opravné položky. Naopak v ekonomicky silných obdobích probíhala tvorba proticyklických (dynamických) opravných položek, jež byly založeny na rozdílu scénáře vycházejícího z TTC přechodových matic (rizikovější) a PIT přechodových matic (v době konjunktury nižší míry PD). Regulátor vždy pro následující rok rozhodoval, zda budou používány individuální nebo proticyklické položky. Po reformě v roce 2010 byly stanoveny indikátory, jejichž naplnění určuje použití konkrétního typu opravné položky.

Závěr

Cílem tohoto textu bylo představit možný přístup pro výpočet očekávané ztráty za celou dobu životnosti úvěrového instrumentu, jež je požadovaná novým standardem IFRS 9. Za tímto účelem byla aplikována metodika založená na Markovově přístupu, v rámci níž byly jedno-roční pravděpodobnosti defaultu určeny použitím přechodových matic. Markovův přístup je založen na aplikaci tzv. Markovových řetězců, představujících náhodné procesy, pro něž platí, že pravděpodobnost přechodu ze současného do následujícího stavu závisí pouze na současném stavu a nikoliv na stavech předcházejících. Následně byla z odhadnutých pravděpodobností defaultu určena hledaná očekávaná ztráta za celou dobu životnosti úvěrového instrumentu. Výhodou takto získané očekávané ztráty je, že v sobě zahrnuje predikci budoucího ekonomického vývoje, díky čemuž je schopna reflektovat případná selhání, plynoucí mimo jiné z možného nepříznivého vývoje daného sektoru, v němž dlužník působí.

Klíčovým vstupním parametrem při odhadu očekávané ztráty na celou dobu životnosti úvěrového instrumentu je právě délka životnosti, tj. smluvně daná doba splatnosti. Ovšem v případě některých instrumentů, typickým příkladem jsou přísliby revolvingových úvěrů, kdy může skutečná doba životnosti přesáhnout tu smluvní. Tedy budoucím možným výzkumem v této oblasti může být odhad doby životnosti tohoto typu instrumentů.

Výsledek vznikl při řešení studentského projektu „*Nové možnosti a přístupy pro měření a řízení tržních rizik*“ s využitím účelové podpory na specifický vysokoškolský výzkum Vysoké školy finanční a správní.

Literatura

- [1] ANDĚL, Jiří. *Statistické metody*. Praha: Matfizpress, 2007. 299 s. ISBN: 978-80-7378-003-6
- [2] BANGIA, Anil, DIEBOLD, Francis a SCHUERMANN, Til. Rating Migrations and the Business Cycle, with Application to Credit Portfolio Stress Testing. *Journal of Banking & Finance*. 2007, vol. 26, no. 1, s. 445-474. ISSN: 0378-4266
- [3] BERTELOOT, Koen, VERBEKE, Wouter, CASTERMANS, Gerd, VAN GESTEL, Tony, MARTENS, David a BAESENS, Bart. A Novel Credit Rating Migration Modeling Approach using Macroeconomic Indicators, *Journal of Forecasting*. 2013, vol. 32, no. 7, s. 654-672. ISSN: 1099-131X
- [4] DELOITTE. *Summaries of International Financial Reporting Standards – IFRS 9 Financial Instruments* [online]. 2013. [cit. 29. 3. 2017]. Dostupné z: <http://www.iasplus.com/en/standards/ifrs/ifrs9>
- [5] DIRON, Marie. Short-Term Forecasts of Euro Area Real GDP Growth: An Assessment of Real-Time Performance Based on Vintage Data. *Journal of Forecasting*. 2008, vol. 27, no. 27, s. 371-390. ISSN: 1099-131X
- [6] EUROPEAN BANKING AUTHORITY. *Report on the pro-cyclicality of capital requirements under the Internal Ratings Based Approach*. [online]. 2013. [cit. 29. 3. 2017]. Dostupné z: <https://www.eba.europa.eu/documents/10180/15947/20131217+Report+on+the+procyclicality+of+capital+requirements+under+the+IRB+Approach.pdf>.
- [7] FERNÁNDEZ DE LIS, Santiago a GARCIA-HERRERO, Alicia. *Dynamic provisioning: a buffer rather than a countercyclical tool?* [online]. 2012. [cit. 29. 3. 2017]. Dostupné z: http://serviciodeestudios.bbva.com/KETD/fbin/mult/WP_1222_tcm348360026.pdf?ts=16122012.
- [8] GAVALAS, Dimitris a SYRIOPOULOS, Theodore. Bank Credit Risk Management and Rating Migration Analysis on the Business Cycle. *International Journal of Financial Studies*. 2014, vol. 2, no. 1, s. 122–143. ISSN: ISSN 2227-7072.
- [9] HAMERLE, Alfred, DARTSCH, Andreas, JOBST, Rainer a PLANK, Kilian. Integrating Macroeconomic Risk Factors into Credit Portfolio Models. *The Journal of Risk Model Validation*. 2009, vol. 5, no. 2, s. 3-24. ISSN: 1753-9579.
- [10] JIMÉNEZ, Gabriel, ONGENA Steven, PEYDRÓ, Jose a SALAS, Jesus. Macroprudential policy, countercyclical bank capital buffers and credit supply: evidence from the Spanish dynamic provisioning experiments. *National Bank of Belgium Working Paper*, no. 231. [online]. 2012. [cit. 29. 3. 2017]. Dostupné z: https://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID2160843_code1543148.pdf?abstractid=2160843&mirid=1
- [11] International Accounting Standards Board. *Financial Instruments - Basis for conclusions*. [online]. 2014. [cit. 29. 3. 2017]. Dostupné z: <http://www.ifrs.org/Current-Projects/IASB-Projects/Financial-Instruments-A-Replacement-of-IAS-39-Financial-Instruments-Recognition/Phase-III-Hedge->

- accounting/Documents/Chapter%206%20Hedge%20Accounting%20Basis%20(FINAL%20draft).pdf
- [12] JÍLEK, Josef a SVOBODOVÁ, Jitka. *Účetnictví podle mezinárodních standardů účetního výkaznictví 2013*. Praha: Grada Publishing, 2013. 448 s. ISBN: 9788024747101
- [13] PRICE WATER HOUSE COOPERS. *IFRS 9 – Expected credit losses* [online]. 2014. [cit. 29. 3. 2017]. Dostupné z: <http://www.pwc.com/us/en/cfodirect/assets/pdf/in-depth/us2014-06-ifs-9-expected-credit-losses.pdf>
- [14] RACHEV, Svetlozar a TRUECK, Stefan. *Rating Based Modeling of Credit Risk - Theory and Application of Migration Matrices*. San Diego: Academic Press, 2009. 280 s. ISBN: 9780080920306.
- [15] SIMONS, Dietske a ROLWES, Ferdinand. Macroeconomic Default Modeling and Stress Testing. *International Journal of Central Banking*. 2009, vol. 5, no. 3, s. 177-204. ISSN: 1815-4654
- [16] YOUSSEF, Amel B. The Link between Default Risk and Macroeconomy in Tunisia: Cointegration Approach. *International Journal of Economics and Finance*. 2014, vol. 4 no. 6, s. 257-275. ISSN: 1099-1158.
- [17] ZHANG, Jie a THOMAS, Lyn C. Comparisons Of Linear Regression And Survival Analysis Using Single And Mixture Distributions Approaches In Modelling LGD. *International Journal of Forecasting*. 2012, vol. 18, no. 2, s. 204–215. ISSN: 0169-2070.

Kontakt

Mgr. Tomáš Jeřábek, MBA
Vysoká škola finanční a správní, a.s.
Fakulta ekonomických studií
Estonská 500, 101 00 Praha 10
Česká republika
email: jerabek@mail.vsfs.cz